Игнаточкина Л.А.

Преобразования на T^1- расслоениях, индуцированные конформными преобразованиями их базы.

Пусть M - многообразие размерности $2n, n > 1$, $\mathcal{X}(\mathcal{M})$ - модуль гладких векторных полей на многообразии M, d - оператор внешнего дифференцирования, id - тождественный оператор, $C^\infty(M)$ - алгебра гладких вещественных функций на многообразии M, индексы $i, j, k, l, \ldots$ принимают значения от 0 до $2n$, индексы $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$ принимают значения от 1 до $2n$, индексы $a, b, c, d, e, f, g, h, l, m, t$ принимают значения от 1 до n, $\hat{a} = a + n$, $t_{\hat{a}} = t^a$, $t^{\hat{a}} = t_a$, по индексам, заключенным в круглые скобки () предполагается суммирование, по индексам, заключенным в квадратные скобки [ ] предполагается альтернация, индексы, заключенные в прямые скобки || в альтернации (симметризации) не участвуют.

Рассмотрим почти эрмитово многообразие $M = (M, J, g^M)$, где J - почти комплексная структура, то есть $J^2 = -id$, g^M - риманова структура на M, согласованная с почти комплексной структурой, то есть $g^M(JX, JY) = g^M(X, Y)$, $X, Y \in \mathcal{X}(\mathcal{M})$. Рассмотрим функцию $f \in C^\infty(M)$ и конформно преобразованное почти эрмитово многообразие $\tilde{M} = (M, J, \tilde{g}^M = e^{2f} g^M)$.

Напомним, что задание почти эрмитовой структуры на многообразии равносильно заданию подрасслоения $(P, M, \pi', U(n))$ главного расслоения реперов. Тогда существует главное T^1- расслоение $(P/SU(n), M, \pi, U(n)/SU(n) = T^1)$, которое называется каноническим [2]. Если θ - форма римановой связности на пространстве расслоения реперов над M и ζ - форма соответствующей связности главного T^1- расслоения, то форма кривизны этой связности $d\zeta$ определяет форму ρ по формуле $d\zeta = \pi^*\rho$. Форма ρ называется обобщенной формой Риччи. Рассмотрим канонические T^1- расслоения для почти эрмитова многообразия M и конформно преобразованного многообразия $\tilde{M}$. Обозначим их соответственно $P = (P/SU(n), M, \pi, U(n)/SU(n) = T^1)$ и $\tilde{P} = (\tilde{P}/SU(n), M, \tilde{\pi}, U(n)/SU(n) = T^1)$. Отображение ψ, действующее на расслоении реперов многообразия M и переводящее присоединенную $G-$ структуру многообразия M в присоединенную $G-$ структуру многообразия $\tilde{M}$, порождает отображение многообразия P в $\tilde{P}$. Это отображение будем по-прежнему обозначать буквой ψ. На расслоении $\tilde{P}$ определена связность $\tilde{\zeta}$, соответствующая обобщенной форме Риччи $\tilde{\rho}$, то есть $d\tilde{\zeta} = \tilde{\pi}^*\tilde{\rho}$. Рассмотрим форму $\psi^*\tilde{\zeta}$. Она определена на многообразии P. Применим отображение ψ^* к уравнению $d\tilde{\zeta} = \tilde{\pi}^*\tilde{\rho}$. Тогда $d(\psi^*\tilde{\zeta}) = (\tilde{\pi})^*\tilde{\rho}$ или $d(\psi^*\tilde{\zeta}) = \pi^*\tilde{\rho}$.

Таким образом, на T^1- расслоении P определены две формы связности ζ и $\psi^*\tilde{\zeta} \equiv \tilde{\zeta}$. Согласно [2] каждая из форм связности определяет на многообразии P почти контактную метрическую структуру. Рассмотрим эти структуры подробнее.

Напомним [1], что почти контактной метрической структурой на многообразии P называется совокупность $\{\Phi, g, \xi, \eta\}$ тензорных полей на этом многообразии, где Φ - тензор типа (1,1), называемый структурным эндоморфизмом, g - риманова метрика, ξ и η - вектор и ковектор, называемые соответственно,структурным вектором и контактной формой. При этом выполняются соотношения

$$1)\ \Phi(\xi) = 0; \quad 2)\ \eta \circ \Phi = 0; \quad 3)\ \eta(\xi) = 1; \quad 4)\ \Phi^2 = -id + \xi \otimes \eta; \qquad (1)$$

$$5)\ g(\Phi X, \Phi Y) = g(X, Y) - \eta(X)\eta(Y).$$

Предложение 1 ([3]) *Пусть (P, M, π, G) - главное T^1- расслоение над почти эрмитовым многообразием M с почти эрмитовой структурой $(J, \tilde{g})$. Фиксация связности ω на пространстве расслоения P внутренним образом порождает на нем почти контактную метрическую структуру $\{\Phi, g, \xi, \eta\}$, где*

$$g = \pi^*\tilde{g} + \eta \otimes \eta; \quad \Phi = i_{\mathcal{H}} \circ J \circ \pi_* \qquad (2)$$

ξ -единичный вектор вертикального распределения, $i_{\mathcal{H}}$ - горизонтальный лифт, задаваемый связностью ω. $\square$

Применим это предложение для главного T^1- расслоения P и форм связности ζ и $\tilde{\zeta}$. Мы получим на P две почти контактные метрические стуктуры: $I = (\Phi, g, \xi, \zeta)$, где $\Phi = i_{\mathcal{H}} \circ J \circ \pi_*$, $g = \pi^* g^M + \zeta \otimes \zeta$ и $II = (\tilde{\Phi}, \tilde{g}, \tilde{\xi}, \tilde{\zeta})$, где $\tilde{\Phi} = i_{\tilde{\mathcal{H}}} \circ J \circ \pi_*$, $\tilde{g} = \pi^*\tilde{g}^M + \tilde{\zeta} \otimes \tilde{\zeta}$.

Выясним, как связаны две полученные почти контактные метрические структуры. $\tilde{\Phi} = i_{\tilde{\mathcal{H}}} \circ J \circ \pi_* = i_{\tilde{\mathcal{H}}} \circ \pi_* \circ i_{\mathcal{H}} \circ J \circ \pi_* = \Phi - (\tilde{\zeta} \circ \Phi) \otimes \tilde{\xi}$

$$\tilde{\Phi} = \Phi - (\tilde{\zeta} \circ \Phi) \otimes \tilde{\xi} \qquad (3)$$

Вычислим с учетом (3) и (1) $\tilde{\Phi}(\xi) = \Phi(\xi) - (\tilde{\zeta}(\Phi\xi))\tilde{\xi} = 0$, то есть $\xi \in Ker\tilde{\Phi}$ Аналогично, $\Phi = i_{\mathcal{H}} \circ J \circ \pi_* = i_{\mathcal{H}} \circ \pi_* \circ i_{\tilde{\mathcal{H}}} \circ J \circ \pi_* = \tilde{\Phi} - (\zeta \circ \tilde{\Phi}) \otimes \xi$. Тогда $\Phi(\tilde{\xi}) = \tilde{\Phi}(\xi) - (\zeta(\tilde{\Phi}\tilde{\xi})\xi = 0$, то есть $\tilde{\xi} \in Ker\Phi$, следовательно, $Ker\Phi = Ker\tilde{\Phi}$.

Для метрик получим $\tilde{g}(X,Y) = \pi^*\tilde{g}^M(X,Y) + \tilde{\zeta}\otimes\tilde{\zeta} = \pi^*(e^{2f}g^M)(X,Y) + \tilde{\zeta}\otimes\tilde{\zeta}(X,Y) = (e^{2f}\circ\pi)(g(X,Y) - \zeta\otimes\zeta(X,Y)) + \tilde{\zeta}\otimes\tilde{\zeta}(X,Y)$

$$\tilde{g}(X,Y) = (e^{2f}\circ\pi)(g(X,Y) - \zeta\otimes\zeta(X,Y)) + \tilde{\zeta}\otimes\tilde{\zeta}(X,Y) \qquad (4)$$

Вычислим $\tilde{\Phi}^2$ с учетом (3) и (1). $\zeta(X)\xi - \tilde{\zeta}(\xi)\zeta(X)\tilde{\xi} = 0, \forall X \in \mathcal{X}(P)$.

$$\xi = \tilde{\zeta}(\xi)\tilde{\xi} \qquad (5)$$

Пусть $p_0 \in P$, $m_0 = \pi(p_0)$, U_{m_0} - некоторая окрестность локальной тривиальности расслоения $A-$ реперов многообразия M. Тогда существует сечение $s : m \to (m, \epsilon_1(m), \ldots, \epsilon_{\hat{n}}(m))$, $m \in U_{m_0}$ расслоения $A-$ реперов над U_{m_0}, то есть существуют гладкие векторные поля ϵ_α, определенные на U_{m_0} такие, что $(m, \epsilon_1|_m, \ldots, \epsilon_{\hat{n}}|_m)$ есть $A-$ репер для $\forall m \in U_{m_0}$. Рассмотрим окрестность $\pi^{-1}(U_{m_0})$ точки p_0 - полный прообраз U_{m_0}. В этой окрестности определены базисные векторные поля ε_α - горизонтальные подъемы векторных полей ϵ_α. Согласно [3] $q = (p, \xi|_p, \varepsilon_a|_p = i_{\mathcal{H}}\epsilon_a|_p, \varepsilon_{\hat{b}}|_p = i_{\mathcal{H}}\epsilon_{\hat{b}}|_p)$, $m = \pi(p)$ является $A-$ репером для $\forall p \in \pi^{-1}(U_{m_0})$ T^1- расслоения P с почти контактной метрической структурой I. Базисные векторные поля ε_α и векторы $A-$ репера мы будем обозначать одними и теми же символами.

Рассмотрим отображение $\Psi : q = (p, \xi, \varepsilon_a = i_{\mathcal{H}}\epsilon_a, \varepsilon_{\hat{b}} = i_{\mathcal{H}}\epsilon_{\hat{b}}) \to q' = (p, \tilde{\xi} = \tilde{\zeta}(\xi)^{-1}\xi, \tilde{\varepsilon}_a = i_{\tilde{\mathcal{H}}}(e^{-f}\epsilon_a), \tilde{\varepsilon}_{\hat{b}} = i_{\tilde{\mathcal{H}}}(e^{-f}\epsilon_{\hat{b}}))$.

Предложение 2 *Отображение Ψ переводит присоединенную $G-$ структуру почти контактного метрического многообразия (P, I) в присоединенную $G-$ структуру почти контактного метрического многообразия (P, II).*

Доказательство. Докажем, что

$$\tilde{\Phi}^i_j(q') = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{-1}I_n & 0 \\ 0 & 0 & -\sqrt{-1}I_n \end{pmatrix}$$

где I_n - единичная матрица порядка n. Очевидно, что дуальные реперы для q и q' имеют вид $(p, \zeta, \omega^a = \pi^*\varpi^a, \omega^{\hat{b}} = \pi^*\varpi^{\hat{b}})$ и $(p, \tilde{\zeta}, (e^f\circ\pi)\omega^a, (e^f\circ\pi)\omega^{\hat{b}})$, где $(\pi(p), \varpi^a, \varpi^{\hat{b}})$ - дуальный репер соответствующего $A-$ репера многообразия M. Вычислим $\tilde{\Phi}^\alpha_\beta(q') = \tilde{\Phi}_p(\tilde{\varepsilon}_\beta, \tilde{\omega}^\alpha) = \Phi_p(\tilde{\varepsilon}_\beta, \tilde{\omega}^\alpha) - (\tilde{\zeta}(\Phi\tilde{\varepsilon}_\beta))\tilde{\omega}^\alpha(\tilde{\xi})$. Так как $\tilde{\omega}^\alpha(\tilde{\xi}) = 0$, то

$$\tilde{\Phi}^{\alpha}_{\beta}(q') = \Phi_p(i_{\tilde{\mathcal{H}}}(e^{-f}\epsilon_\beta), \pi^*(e^f\varpi^\alpha)) \tag{6}$$

Выразим $i_{\tilde{\mathcal{H}}}(e^{-f}\epsilon_\beta) = (e^{-f}\circ\pi)i_{\tilde{\mathcal{H}}}\circ\pi_*\circ i_{\mathcal{H}}\epsilon_\beta = (e^{-f}\circ\pi)(id - \tilde{\zeta}\otimes\tilde{\xi})(\varepsilon_\beta)$. Подставим это выражение в (6) с учетом того, что $\Phi(\tilde{\xi}) = 0$, получим $\tilde{\Phi}^{\alpha}_{\beta}(q') = \Phi_p(\varepsilon_\beta, \omega^\alpha) = \Phi^{\alpha}_{\beta}(q)$. Так как q - точка присоединенной $G-$структуры многообразия (P, I), то в ней Φ^{α}_{β} имеют вид $\pm\sqrt{-1}I_n$, то есть в точке q' функции $\tilde{\Phi}^{\alpha}_{\beta}$ имеют требуемый вид. В силу (1) получим $\tilde{\Phi}^{\alpha}_{0}(q') = \tilde{\omega}^\alpha(\tilde{\Phi}_p(\tilde{\xi})) = 0$, $\tilde{\Phi}^{0}_{\alpha}(q') = \tilde{\zeta}\tilde{\Phi}_p(\tilde{\varepsilon}_\alpha) = 0$ и $\tilde{\Phi}^{0}_{0}(q') = \tilde{\zeta}\tilde{\Phi}(\tilde{\xi}) = 0$.
Докажем, что

$$\tilde{g}_{ij}(q') = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_n \\ 0 & I_n & 0 \end{pmatrix}$$

Действительно, $\tilde{g}_{\alpha\beta}(q') = \tilde{g}_p(\tilde{\varepsilon}_\alpha, \tilde{\varepsilon}_\beta) = (e^{2f}\circ\pi)(g_p(\tilde{\varepsilon}_\alpha, \tilde{\varepsilon}_\beta) - \zeta_p(\tilde{\varepsilon}_\alpha)\zeta_p(\tilde{\varepsilon}_\beta)) + \tilde{\zeta}_p(\tilde{\varepsilon}_\alpha)\tilde{\zeta}_p(\tilde{\varepsilon}_\beta)$. Так как $\tilde{\varepsilon}_\alpha \in \tilde{\mathcal{H}}$, $\tilde{\zeta}_p(\tilde{\varepsilon}_\alpha)\tilde{\zeta}_p(\tilde{\varepsilon}_\beta) = 0$. Тогда $\tilde{g}_{\alpha\beta}(q') = g_p(\varepsilon_\alpha - \tilde{\zeta}(\varepsilon_\alpha)\tilde{\xi}, \varepsilon_\beta - \tilde{\zeta}(\varepsilon_\beta)\tilde{\xi}) - \zeta_p(\varepsilon_\alpha - \tilde{\zeta}(\varepsilon_\alpha)\tilde{\xi})\zeta_p(\varepsilon_\beta - \tilde{\zeta}(\varepsilon_\beta)\tilde{\xi})$. С учетом (5) и ортогональности горизонтального распределения $\mathcal{H}$ и вертикального распределения, определяемого векторным полем ξ относительно метрики g, получим $\tilde{g}_{\alpha\beta}(q') = g_p(\varepsilon_\alpha, \varepsilon_\beta) = g_{\alpha\beta}(q)$. Кроме того, $\tilde{g}(\tilde{\xi}, \tilde{\xi}) = 1$ и $\tilde{g}(\tilde{\varepsilon}_\alpha, \tilde{\xi}) = 0$, так как $\tilde{\varepsilon}_\alpha$ и $\tilde{\xi}$ принадлежат ортогональным распределениям. В результате получаем, что в точке q' функции $\tilde{g}_{ij}$ имеют требуемый вид. $\square$

Пусть $\{\tilde{\Phi}^{i}_{j,k}\}$ и $\{\Phi^{i}_{j,k}\}$- системы функций, задающие ковариантные дифференциалы структурных эндоморфизмов $\tilde{\Phi}$ и Φ в римановых связностях метрик $\tilde{g}$ и g, соответственно, $\{\tilde{J}^{\alpha}_{\beta,\gamma}\}$ и $\{J^{\alpha}_{\beta,\gamma}\}$- системы функций, задающие ковариантные дифференциалы структурных эндоморфизмов $\tilde{J}$ и J в римановых связностях метрик $\tilde{g}^M$ и g^M, соответственно. Тогда согласно [3] $\tilde{\Phi}^{\alpha}_{\beta,\gamma}(q') = \tilde{J}^{\alpha}_{\beta,\gamma}(p')$. Используя лемму 2 [4], получим

$$\tilde{\Phi}^{\alpha}_{\beta,\gamma}(q') = (e^f\circ\pi)(J^{\alpha}_{\beta,\gamma} - J^{\delta}_{\beta}(g^M)^{\alpha\mu}(g^M)_{\delta\gamma}\beta_\mu + J^{\delta}_{\beta}\beta_\delta\delta^{\alpha}_{\gamma} + \tag{7}$$

$$+ J^{\alpha}_{\delta}(g^M)^{\delta\mu}(g^M)_{\beta\gamma}\beta_\mu - J^{\alpha}_{\gamma}\beta_\beta)(p)$$

Лемма 1 *В принятых обозначениях* $\Phi^{\alpha}_{\beta} = J^{\alpha}_{\beta}\circ\pi$, $g_{\alpha\beta} = (g^M)_{\alpha\beta}\circ\pi$, $g^{\alpha\beta} = (g^M)^{\alpha\beta}\circ\pi$.

Доказательство. По определению $\Phi^{\alpha}_{\beta}(q) = \omega^\alpha(i_{\mathcal{H}}J(\pi_*\varepsilon_\beta)) = \omega^\alpha(i_{\mathcal{H}}J(\epsilon_\beta)) = \omega^\alpha(i_{\mathcal{H}}(J^{\gamma}_{\beta}\epsilon_\gamma))(p) = (J^{\gamma}_{\beta}\circ\pi)\omega^\alpha(\varepsilon_\gamma)(p) = J^{\alpha}_{\beta}\circ\pi(q)$. Далее, $g_{\alpha\beta}(q) = \pi^*(g^M)(\varepsilon_\alpha, \varepsilon_\beta) +$

$\zeta(\varepsilon_\alpha)\zeta(\varepsilon_\beta) = (g^M)(\pi_*\varepsilon_\alpha, \pi_*\varepsilon_\beta) \circ \pi = (g^M)_{\alpha\beta} \circ \pi$. Наконец, $\delta^\alpha_\beta = g^{\alpha\gamma}g_{\gamma\beta} + g^{\alpha 0}g_{0\beta} = g^{\alpha\gamma}(g^M)_{\gamma\beta} \circ \pi$. Сворачивая с $(g^M)^{\beta\delta} \circ \pi$, получим $g^{\alpha\beta} = (g^M)^{\alpha\beta} \circ \pi$. $\square$

С учетом последней леммы равенство (7) примет вид

$$\tilde{\Phi}^\alpha_{\beta,\gamma}(q') = (e^f \circ \pi)(\Phi^\alpha_{\beta,\gamma} - \Phi^\delta_\beta g^{\alpha\mu}g_{\delta\gamma}(\beta_\mu \circ \pi) + \Phi^\alpha_\delta(\beta_\delta \circ \pi)\delta^\alpha_\gamma + \tag{8}$$

$$+\Phi^\alpha_\delta g^{\delta\mu}g_{\beta\gamma}(\beta_\mu \circ \pi) - \Phi^\alpha_\gamma(\beta_\beta \circ \pi))(q)$$

Вычислим остальные компоненты $\tilde{\Phi}^i_{jk}$. Используя результаты [3], [4] получим $\frac{\sqrt{-1}}{2}\tilde{\Phi}^a_{\hat{b},0}(q') = (\pi^*\tilde{\rho})_{\hat{b}\hat{a}}(q') = (\pi^*\tilde{\rho})_p(\tilde{\varepsilon}_{\hat{b}}, \tilde{\varepsilon}_{\hat{a}}) = \tilde{\rho}_m(\pi_*\tilde{\varepsilon}_{\hat{b}}, \pi_*\tilde{\varepsilon}_{\hat{a}}) = \tilde{\rho}_m(e^{-f}\epsilon_{\hat{b}}, e^{-f}\epsilon_{\hat{a}}) = \tilde{\rho}(p') = (e^{-2f}(\rho_{\hat{b}\hat{a}} + 2\beta_h J^h_{[\hat{b},\hat{a}]}))(p) = (e^{-2f} \circ \pi)(\frac{\sqrt{-1}}{2}\Phi^a_{\hat{b},0} + 2(\beta_h \circ \pi)\Phi^h_{[\hat{b},\hat{a}]})(q)$. Аналогичные рассуждения позволяют получить следующие соотношения (для сокращения записей будем обозначать $\beta^h \circ \pi = \beta^h$, $e^{-2f} \circ \pi = e^{-2f}$ и т.п.)

$$\frac{\sqrt{-1}}{2}\tilde{\Phi}^a_{\hat{b},0}(q') = e^{-2f}(\frac{\sqrt{-1}}{2}\Phi^a_{\hat{b},0} + 2\beta_h\Phi^h_{[\hat{b},\hat{a}]})(q)$$

$$\sqrt{-1}\tilde{\Phi}^a_{0,\hat{b}}(q') = e^{-2f}(\sqrt{-1}\Phi^a_{0,\hat{b}} + 2\beta_h\Phi^h_{[\hat{b},\hat{a}]})(q)$$

$$-\frac{\sqrt{-1}}{2}\tilde{\Phi}^{\hat{a}}_{b,0}(q') = e^{-2f}(-\frac{\sqrt{-1}}{2}\Phi^{\hat{a}}_{b,0} + 2\beta_{\hat{h}}\Phi^{\hat{h}}_{[b,a]})(q)$$

$$-\sqrt{-1}\tilde{\Phi}^{\hat{a}}_{0,b}(q') = e^{-2f}(-\sqrt{-1}\Phi^{\hat{a}}_{0,b} + 2\beta_{\hat{h}}\Phi^{\hat{h}}_{[b,a]})(q)$$

$$\sqrt{-1}\tilde{\Phi}^a_{0,b}(q') = e^{-2f}(\sqrt{-1}\Phi^{\hat{b}}_{0,\hat{a}} + 4\sqrt{-1}(\beta^a{}_b - \beta_{\hat{h}}\frac{\sqrt{-1}}{2}\Phi^{\hat{h}}_{b,\hat{a}}))(q)$$

$$-\sqrt{-1}\tilde{\Phi}^{\hat{a}}_{0,b}(q') = e^{-2f}(-\sqrt{-1}\Phi^{\hat{a}}_{0,b} + 2\beta_{\hat{h}}\Phi^{\hat{h}}_{[b,a]})(q)$$

$$\sqrt{-1}\tilde{\Phi}^a_{0,\hat{b}}(q') = e^{-2f}(\sqrt{-1}\Phi^a_{0,\hat{b}} + 2\beta_h\Phi^h_{[\hat{b},\hat{a}]})(q)$$

$$\sqrt{-1}\tilde{\Phi}^{\hat{a}}_{0,\hat{b}}(q') = e^{-2f}(\sqrt{-1}\Phi^{\hat{a}}_{0,\hat{b}} + 4\sqrt{-1}(\beta_a{}^b + \beta_h\frac{\sqrt{-1}}{2}\Phi^h_{\hat{b},a}))(q)$$

$$\tilde{\Phi}^a_{0,0}(q') = \Phi^a_{0,0}(q) = 0$$

$$\tilde{\Phi}^{\hat{a}}_{0,0}(q') = \Phi^{\hat{a}}_{0,0}(q) = 0 \tag{9}$$

Напомним, что первая группа структурных уравнений римановой связности на пространстве присоединенной $G-$ структуры почти кон-

тактного метрического многообразия записывается в следующей форме

$$1)\ d\omega^a = \omega^a_b \wedge \omega^b + C^{ab}{}_c\omega^c \wedge \omega_b + C^{abc}\omega_b \wedge \omega_c + C^{ab}\omega_b \wedge \omega + C^a{}_b\omega^b \wedge \omega$$
$$2)\ d\omega_a = -\omega^b_a \wedge \omega_b + C_{ab}{}^c\omega_c \wedge \omega^b + C_{abc}\omega^b \wedge \omega^c + C_{ab}\omega^b \wedge \omega + C_a{}^b\omega_b \wedge \omega$$
$$3)\ d\omega = D_{ab}\omega^a \wedge \omega^b + D^{ab}\omega_a \wedge \omega_b + D^b_a\omega^a \wedge \omega_b + D_a\omega^a \wedge \omega + D^a\omega_a \wedge \omega$$

где

$$\begin{array}{ll}
C^{ab}{}_c = -\frac{\sqrt{-1}}{2}\Phi^a_{\hat{b},c}; & C^{abc} = \frac{\sqrt{-1}}{2}\Phi^a_{[\hat{b},\hat{c}]} \\
C^{ab} = \frac{\sqrt{-1}}{2}\Phi^a_{\hat{b},0} - \sqrt{-1}\Phi^a_{0,\hat{b}}; & C^a{}_b = -\sqrt{-1}\Phi^a_{0,b} \\
C_{ab}{}^c = \frac{\sqrt{-1}}{2}\Phi^{\hat{a}}_{b,\hat{c}}; & C_{abc} = -\frac{\sqrt{-1}}{2}\Phi^{\hat{a}}_{[b,c]} \\
C_{ab} = -\frac{\sqrt{-1}}{2}\Phi^{\hat{a}}_{b,0} + \sqrt{-1}\Phi^{\hat{a}}_{0,b}; & C_a{}^b = \sqrt{-1}\Phi^{\hat{a}}_{0,\hat{b}} \\
D_{ab} = -\sqrt{-1}\Phi^0_{[a,b]}; & D^{ab} = \sqrt{-1}\Phi^0_{[\hat{a},\hat{b}]} \\
D^b_a = -\sqrt{-1}\Phi^0_{a,\hat{b}} - \sqrt{-1}\Phi^0_{\hat{b},a} & D_a = -\sqrt{-1}\Phi^0_{a,0} \\
D^a = \sqrt{-1}\Phi^0_{\hat{a},0} &
\end{array}$$

Эти системы функций задают тензоры, которые называются *структурными тензорами*. Согласно [3] для почти контактной метрической структуры главного T^1- расслоения $C^{ab} = C_{ab} = 0$, $D^a = D_a = 0$, $D^b_a = 2C_a{}^b$. С учетом (9) и (8) остальные тензоры при преобразовании, индуцированном конформным преобразованием базы, связаны соотношениями

$$\begin{array}{c}
e^f\tilde{C}^{ab}{}_c(q') = (C^{ab}{}_c + \beta^a\delta^b_c - \beta^b\delta^a_c)(q) \\
e^f\tilde{C}_{ab}{}^c(q') = (C_{ab}{}^c + \beta_a\delta^c_b - \beta_b\delta^c_a)(q) \\
e^f\tilde{C}^{abc}(q') = C^{abc}(q);\ e^f\tilde{C}_{abc}(q') = C_{abc}(q) \\
e^{2f}\tilde{C}^a{}_b = (C^a{}_b - 4\sqrt{-1}(\beta^a{}_b - \beta^h C_{hb}{}^a)(q) \\
e^{2f}\tilde{C}_a{}^b = (C_a{}^b + 4\sqrt{-1}(\beta_a{}^b - \beta_h C^{hb}{}_a)(q) \\
e^{2f}\tilde{D}_{ab}(q') = (D_{ab} + 4\sqrt{-1}\beta^h C_{hab})(q) \\
e^{2f}\tilde{D}^{ab}(q') = (D^{ab} - 4\sqrt{-1}\beta_h C^{hab})(q) \\
e^{2f}\tilde{D}^b_a(q') = (D^b_a + 8\sqrt{-1}(\beta^b{}_a - \beta^h C_{ha}{}^b))(q)
\end{array} \qquad (10)$$

Список литературы

[1] Кириченко В.Ф., Дифференциально-геометрические структуры на многообразиях, Типография МПГУ, М., 2003.

[2] Кириченко В.Ф., Дифференциальная геометрия главных тороидальных расслоений., Фундаментальная и прикладная математика, 2000, том 6, 4, с.1095-1120.

[3] Борисовский И.П. О геометрии главных T^1- расслоений над почти эрмитовыми многообразиями., Деп. в ВИНИТИ РАН,N3729-В97, 1997, 12с.

[4] Игнаточкина Л. А., Преобразования $G-$ структур почти эрмитовых многообразий, порождаемые их конформными преобразованиями. ?????????